Capítulo 18

Determinação de distâncias

O método mais comum para se medir distâncias grandes, a pontos inacessíveis, é a triangulação. Na Figura 18.1 está esquematizada, como exemplo, a maneira de medir a distância de uma árvore localizada do outro lado de um rio, sem atravessá-lo.

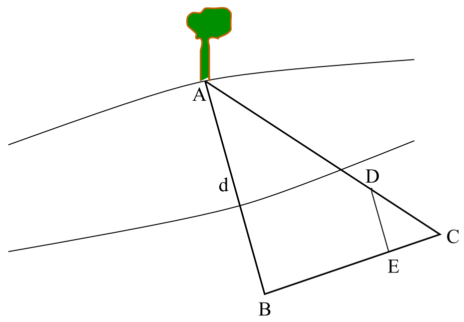

Figura 18.1: Deslocamento aparente dos objetos vistos de ângulos distintos.

Tomando a árvore como um dos vértices, construímos os triângulos semelhantes ABC e DEC. BC é a linha de base do triângulo grande, AB e AC são os lados, que são as direções do objeto (a árvore) vistas de cada extremidade da linha base. Logo:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EC}$$

Como se pode medir BC, DE e EC, pode-se calcular o lado AB e, então, conhecer a distância da árvore.

Vemos que a direção da árvore, vista de B, é diferente da direção da árvore vista de C. Esse deslocamento aparente na direção do objeto observado devido à mudança de posição do observador chama-se *paralaxe*. Em astronomia, no entanto, costuma-se definir a paralaxe como a metade do deslocamento angular total medido, como está ilustrado na figura a seguir.

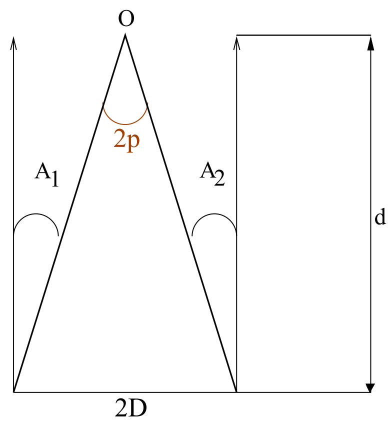

Figura 18.2: Ângulo paralático p quando a base tem valor D à uma distância d.

Suponha que o ponto O seja o objeto cuja distância se quer medir (a árvore da figura anterior). $2D$ é a linha de base do triângulo, e os ângulos A_1 e A_2 são os ângulos entre a direção do objeto visto de cada extremidade da linha de base e a direção de um objeto muito mais distante, tomado como referência (pode ser uma montanha no horizonte, no exemplo anterior).

Pela trigonometria, sabemos que

$$\tan p = \frac{D}{d}$$

Como p é conhecido $\left(p = \frac{A_1+A_2}{2}\right)$, e D também é conhecido, podemos medir a distância d. Para ângulos pequenos, a tangente do ângulo é aproximadamente igual ao próprio ângulo medido em radianos. Então, se $p \leq 4°, \tan p \approx p(\text{rad})$.

Então:

$$d = \frac{D}{p(\text{rad})}$$

Como p é medido em radianos, d terá a mesma unidade de D.

Recapitulando, para um triângulo de base D, altura d, diagonal B e ângulo θ entre D e B, temos

$$B\cos\theta = D \longrightarrow B = D/\cos\theta$$

$$B\,\text{sen}\theta = d \longrightarrow d = D\,\text{sen}\theta/\cos\theta = D\tan\theta$$

Como na paralaxe medimos o ângulo p entre B e d, temos

$$\tan p = D/d \longrightarrow d = D/\tan p \simeq D/p\,(\text{rad})$$

para ângulos menores que 4 graus.

Transformação de graus em radianos: em radianos, o valor de um ângulo é igual ao arco que ele encerra, dividido pelo raio. Na Figura 18.3 , o arco de circunferência a corresponde ao ângulo α. Logo, o valor de α em radianos é

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{a}{r}$$

Uma circunferência de raio R tem perímetro de $2\pi r$ e abrange um ângulo

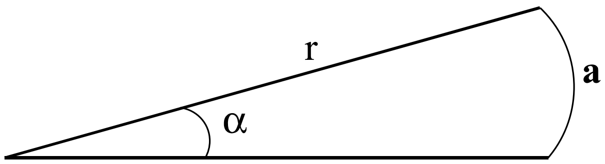

Figura 18.3: Ângulo plano α, correspondente a um arco a à uma distância r.

de 360°. Usando a fórmula anterior, vemos que o valor, em radianos, desses 360° é $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$.

O valor, em graus, de 1 radiano, será:

$$1\,\text{rad} = \frac{360°}{2\pi} = 57,29°$$

$$\boxed{\alpha(\text{radianos}) = \alpha(\text{graus})\frac{\pi}{180^o}} \longrightarrow \boxed{\alpha(\text{graus}) = \alpha(\text{radianos})\frac{180^o}{\pi}}$$

18.1 Paralaxe geocêntrica e heliocêntrica

O mesmo método de triangulação é usado para medir as distâncias de objetos astronômicos. Mas, como esses objetos estão muito distantes, é necessário escolher uma linha de base muito grande. Para medir a distância da Lua ou dos planetas mais próximos, por exemplo, pode-se usar o diâmetro da Terra como linha de base. Para se medir a distância de estrelas próximas, usa-se o diâmetro da órbita da Terra como linha de base.

18.1.1 Paralaxe geocêntrica

Atualmente, a determinação de distâncias de planetas é feita por radar e não mais por triangulação, mas, antes da invenção do radar, os astrônomos mediam a distância da Lua e de alguns planetas usando o diâmetro da Terra como linha de base.

A posição da Lua em relação às estrelas distantes é medida duas vezes, em lados opostos da Terra e a paralaxe corresponde à metade da variação total na direção observada dos dois lados opostos da Terra. Essa paralaxe é chamada *paralaxe geocêntrica* e é expressa por:

$$p(\text{rad}) = \frac{R_{\text{Terra}}}{d} \longrightarrow d = \frac{R_{\text{Terra}}}{p(\text{rad})}$$

para p sendo a paralaxe geocêntrica.

18.1.2 Paralaxe heliocêntrica

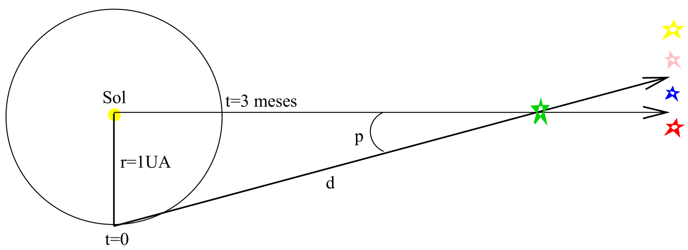

Figura 18.4: Paralaxe heliocêntrica: quando a Terra se move em sua órbita em torno do Sol, uma estrela mais próxima parece se deslocar em relação às estrelas mais distantes.

A paralaxe heliocêntrica é usada para medir a distância das estrelas mais próximas (Figura 18.4). À medida que a Terra gira em torno do Sol, podemos medir a direção de uma estrela em relação às estrelas de fundo (mais distantes) quando a Terra está de um lado do Sol, e tornamos a fazer a medida seis meses mais tarde, quando a Terra está do outro lado do Sol. A metade do desvio total na posição da estrela corresponde à *paralaxe heliocêntrica*, que é expressa por:

$$p(\text{rad}) = \frac{\text{raio da órbita da Terra}}{d} \longrightarrow d = \frac{1\,\text{UA}}{p(\text{rad})}$$

para p sendo a paralaxe heliocêntrica.

18.2 Unidades de distâncias astronômicas

18.2.1 A unidade astronômica

A unidade mais adequada para medir distâncias dentro do sistema solar é a *unidade astronômica (UA)*, que é a distância média da Terra ao Sol. Em 1 de outubro de 1672 o planeta Marte estava muito próximo da estrela brilhante ϕ Aquarii e próximo do perigeu. Com as observações sumultâneas de Jean Richer (1630-1696) em Cayenne, na Guiana Francesa, Jean Picard (1620-1682) e Olaus Roemer (1644-1710) em Paris, Giovanni Domenico Cassini (1625-1712) estimou a paralaxe em 18". Considerando que Marte está a 1,52 UA do Sol, conforme determinado por Copérnico, estimou a unidade astronômica como sendo 140 milhões de km. O valor atual é de 149,59787069 milhões de km.

A resolução do olho humano é da ordem de 4'. A fórmula da resolução é

$$\text{sen}\,\theta = 1,22\lambda/D$$

onde D é o diâmetro da lente (ou olho ou espelho) e o fator 1,22 é a primeira raiz da função de Bessel para uma forma esférica.

Atualmente, a técnica mais acurada para determinar o comprimento da unidade astronômica é medida por radar. No entanto, a determinação não pode ser feita diretamente, pois se um sinal de rádio fosse emitido diretamente ao Sol, seu eco ficaria perdido no meio de todos os sinais de rádio que o Sol emite. Portanto, se usa uma medida indireta.

Por exemplo: suponha que um sinal de radar é enviado a Marte, quando esse planeta está em oposição, sendo encontrado que sua distância à Terra é 77 790 890 km. A distância média de Marte ao Sol é determinada pela terceira lei de Kepler como sendo de 1,52 UA. A distância entre Terra e

Marte, para Marte em oposição, é portanto 0,52 UA. Então:

$$1UA = \frac{77\,790\,890\,\mathrm{km}}{0,52} = 1,496 \times 10^8\,\mathrm{km}$$

A distância de qualquer objeto, calculada em unidades astronômicas, é dada por:

$$\boxed{d(\mathrm{UA}) = \frac{1}{p(\mathrm{rad})}}$$

18.2.2 O ano-luz

O ano-luz (AL) é a distância percorrida pela luz em um ano. Essa distância equivale a:

$$1\,\mathrm{AL} = \text{velocidade da luz} \times 1\,\text{ano} = 2,9979 \times 10^5\,\mathrm{km/s} \times 3,1557 \times 10^7\,\mathrm{s}$$

$$\boxed{1\,\mathrm{AL} = 9,46 \times 10^{12}\,\mathrm{km}}$$

Determinação da velocidade da luz

A determinação da velocidade da luz foi feita pela primeira vez em 1675, pelo astrônomo dinamarquês Olaus Roemer (1644-1710), medindo o intervalo entre sucessivos eclipse da lua Io, de Júpiter (P=1,769138 d), para diferentes pontos da órbita da Terra. O intervalo de tempo entre os sucessivos eclip-

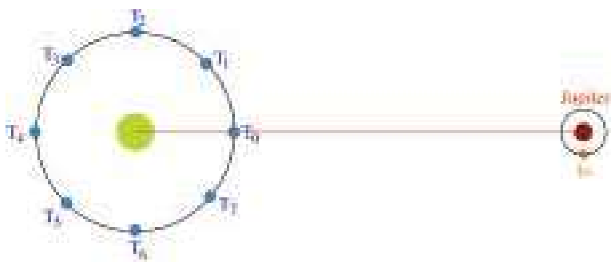

Figura 18.5: Medida da velocidade da luz em 1675, notando que quando a Terra está mais distante da Júpiter, em T_4, na sua órbita em torno do Sol, leva mais tempo para a luz chegar à Terra e, portanto, para ocorrer o eclipse de Io por Júpiter.

ses é o período de revolução do satélite, que pode ser calculado pela 3a. Lei de Kepler. Roemer verificou que os eclipses ficavam *atrasados* quando

Júpiter estava mais distante da Terra e *adiantados* quando Júpiter estava mais próximo da Terra. O *atraso* total quando a Terra ia de T_0 para T_4 era de 1000 segundos. Roemer atribuiu o efeito ao tempo que a luz levava para ir de um ponto da órbita da Terra ao outro, isto é, do tempo que a luz levava para atravessar a diferença da distância entre o satélite e a Terra.

Para ficar mais claro, vamos considerar que t_{T_0} é a hora em que ocorre o eclipse quando a Terra está na posição T_0. Como a luz tem velocidade finita, o eclipse só será visto na Terra num tempo posterior, dado por:

$$t'_{T_0} = t_{T_0} + \frac{d_{(T-J)T_0}}{c}$$

onde c é a velocidade da luz, e $d_{(T-J)T_0}$ é a distância entre a Terra e Júpiter na posição T_0.

Após um tempo $(T_4 - T_0)$, a Terra estará na posição T_4, e vamos chamar de t_{T_4} a hora prevista para acontecer o eclipse. Mas na Terra, o eclipse só será observado a uma hora:

$$t'_{T_4} = t_{T_4} + \frac{d_{(T-J)T_4}}{c}$$

Logo, o intervalo de tempo observado entre os eclipses, $(t'_{T_4} - t'_{T_0})$, é maior do que o intervalo de tempo real entre os eclipses, $(t_{T_4} - t_{T_0})$. A diferença vai ser:

$$(t'_{T_4} - t'_{T_0}) - (t_{T_4} - t_{T_0}) = \frac{d_{(T-J)T_4} - d_{(T-J)T_0}}{c}$$

Se essa diferença é de 1000 s, então:

$$c = \frac{d_{(T-J)T_4} - d_{(T-J)T_0}}{1000\text{s}} = \frac{\text{diâmetro da órbita da Terra}}{1000\text{s}}.$$

Como a melhor estimativa para o eixo maior da órbita da Terra naquela época era 241 500 000 km, Roemer deduziu a velocidade da luz como sendo

$$c \simeq \frac{241\,500\,000\,\text{km}}{1000\,\text{s}} = 241\,500\,\text{km/s}$$

Hoje sabemos que o eixo maior da órbita da Terra é 299 795 786 km, então a velocidade da luz é:

$$c = \frac{299\,795\,786\,\text{km}}{1000\,\text{s}} = 299\,795,796\,\text{km/s} \simeq 300\,000\,\text{km/s}$$

Se um avião pudesse viajar à velocidade da luz, ele daria sete voltas completas em torno do equador da Terra em 1 segundo.

18.2.3 O parsec

Um *parsec* é a distância de um objeto tal, que um observador nesse objeto veria o raio da órbita da Terra com um tamanho angular de $1''$, ou, em outras palavras, é a distância de um objeto que apresenta paralaxe heliocêntrica de $1''$.

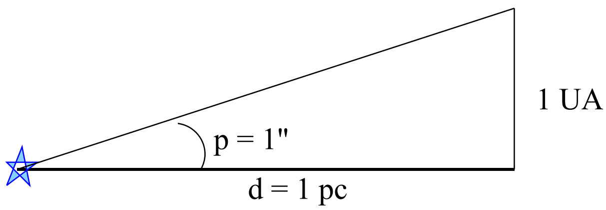

Figura 18.6: Paralaxe p de 1 segundo de arco corresponde a uma separação de 1 unidade astronômica à uma distância de 1 parsec.

A distância de qualquer objeto, em unidades astronômicas, corresponde a:

$$\boxed{d(\mathrm{UA}) = \frac{1}{p(\mathrm{rad})}}$$

Se a distância for 1 parsec, então a paralaxe será $1''$. O ângulo de $1''$, expresso em radianos, vale:

$$1'' = \left(\frac{1^\circ}{3600}\right)\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ}\right) = 4,848 \times 10^{-6}\,\mathrm{rad}$$

Logo:

$$1\,pc = \frac{1 \text{ UA}}{4,848 \times 10^{-6}} = 206\,265\,UA$$

A distância de um objeto, expressa em parsecs, é dada por:

$$d(pc) = \frac{1}{p('')}$$

Um parsec, portanto, é igual a 206 265 UA, e é igual a 3,26 AL.

Resumindo as três unidades, para uma estrela com paralaxe heliocêntrica qualquer, sua distância será:

$$\boxed{d(\mathrm{UA}) = \frac{1}{p(\mathrm{rad})} = \frac{206265}{p('')}}$$

$$\boxed{d(\mathrm{pc}) = \frac{1}{p('')}}$$

$$\boxed{d(\mathrm{anos-luz}) = \frac{3,26}{p('')}}$$

A estrela mais próxima da Terra, Próxima Centauri, está a uma distância de 4,3 AL, que é maior do que 1 pc. Logo, mesmo para a estrela mais próxima, a paralaxe é *menor* do que 1″ (na verdade é 0,76″).

Até há poucos anos, com os telescópios de solo disponíveis na Terra, a maior distância de estrelas que se podia medir com precisão melhor do que 10% era 20 pc, que corresponde a paralaxes $\geq 0,05''$. O uso de CCDs e telescópios dedicados baixou a incerteza das observações feitas em solo para até 1 milisegundo de arco, similar à incerteza das observações com o satélite Hipparcos (HIgh-Precison PARallax COllecting Satellite), construído para medir com alta precisão a posição e paralaxe de 120 000 estrelas de nossa galáxia. É importante notar que 1 milisegundo de arco é o tamanho angular de uma pessoa na Lua vista da Terra. Para atingir essa precisão, foi necessário fazer a correcção pelo efeito relativístico do desvio da luz pelo Sol, que é de 1,7 segundos de arco na borda do Sol e 4 milisegundos de arco a 90° do Sol.